

О Т З Ы В

научного консультанта на диссертацию Сапонова Павла Алексеевича
«Квантовые симметрии фундаментальных физических моделей»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических
наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Диссертация Сапонова П.А. посвящена исследованию достаточно нового объекта современной математической физики — матричных алгебр. Под этим подразумевается класс алгебр, генераторы которых естественным образом трактуются как элементы матриц, а определяющие соотношения записываются в терминах этих матриц. Содержательная теория здесь возникает в случае квадратичных определяющих соотношений, параметризованных элементами так называемых R -матриц, имеющих физический смысл двухчастичных S -матриц в теории одномерного факторизующегося рассеяния. Еще одним интересным классом матричных алгебр являются алгебры уравнения отражений, возникшие в моделях факторизующегося рассеяния на полупрямой. В настоящее время теория матричных алгебр занимает видное место в аппарате современной теоретической и математической физики, что обеспечивает высокую актуальность представленных в диссертации результатов.

Большой класс R -матриц связан с классическими группами и супергруппами. Основное содержание диссертации связано с матричными алгебрами уравнения отражений, определяемыми R -матрицами, связанными с супергруппами $GL(m|n)$. Для таких алгебр соискателем доказано квантовое тождество Гамильтона–Кэли. Для обычных матриц тождество Гамильтона–Кэли является утверждением о том, что любая матрица удовлетворяет своему характеристическому уравнению. Корни характеристического уравнения являются собственными значениями матрицы, а его коэффициенты образуют набор симметрических функций собственных значений. В квантовом случае коэффициентами тождества Гамильтона–Кэли служат элементы коммутативной подалгебры матричной алгебры. В диссертации проводится исследование свойств этой подалгебры и строится ее линейный базис, состоящий из квантовых аналогов симметрических функций Шура. Эти функции являются полиномами от генераторов исходной квантовой матричной алгебры и параметризуются, как и в классическом случае, всевозможными разбиениями натуральных чисел. В диссертации показано, что произведения квантовых функций

Шура удовлетворяют классическим правилам Литтлвуда-Ричардсона. Кроме того, в диссертации доказаны общие билинейные соотношения для произведений квантовых функций Шура, которые обобщают частный результат, полученный ранее А. Кирилловым и Н. Решетихиным. Наличие билинейных тождеств позволяет получить факторизованную форму тождества Гамильтона-Кэли, что, в свою очередь, дает возможность инвариантным образом ввести понятие спектра квантовой матрицы и определить аналог понятия собственного значения.

Полученные в описанном выше направлении результаты применяются далее для построения теории конечномерных представлений алгебр уравнения отражений, связанных с супергруппами $GL(m|n)$. Существенной проблемой оказывается определение структуры тензорного произведения представлений. В общем случае эта структура определяется копроизведением для элементов алгебры, являющимся в случае алгебры уравнения отражений довольно сложным. В диссертации приведен полный анализ проблемы и выведены явные формулы для операторов, представляющих элементы алгебры уравнения отражений в тензорном произведении двух заданных представлений.

Значительное место в диссертации отведено использованию алгебр уравнения отражений для построения моделей некоммутативной геометрии. Основная идея некоммутативной геометрии заключается в эквивалентности многообразия, рассматриваемого как топологическое пространство, коммутативной алгебре непрерывных функций на этом многообразии. Замена коммутативной алгебры непрерывных функций на некоторую некоммутативную алгебру позволяет говорить о некоммутативном «подлежащем» многообразии. Предполагается, что некоммутативная геометрия будет играть важную роль в теории суперструн. В диссертации показано, что алгебру уравнений отражения с R -матрицей, связанной с группой $GL(m)$, можно трактовать как некоммутативный аналог коммутативной алгебры функций на алгебре матриц порядка m . С точки зрения теории классических интегрируемых систем является интересным рассмотрением гамильтоновых систем на орбитах коприсоединенного действия группы $GL(m)$ на дуальном пространстве ее алгебры Ли. В диссертации построен некоммутативный аналог алгебры функций на этих орбитах. Развиваемый подход обладает очевидными преимуществами, связанными с тем, что квантовая орбита задается набором полиномиальных соотношений, что максимально приближено к подходу, используемому в обычной алгебраической геометрии. Интересным и многообещающим результатом является-

ся построение алгебры квантованных векторных полей и частных производных на алгебре уравнения отражений и ограничение построенного дифференциального исчисления на квантованные орбиты.

Таким образом, является несомненным, что диссертационная работа Сапонова П.А. является оригинальным и законченным научным исследованием. Основные результаты диссертации опубликованы в высокорейтинговых отечественных и зарубежных научных изданиях, неоднократно докладывались на научных семинарах и конференциях.

В качестве замечания можно отметить некоторую неровность стиля изложения и непродуманность обозначений. Автореферат диссертации адекватно и полно отражает ее содержание. Тема диссертации соответствует научной специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Считаю, что диссертационная работа Сапонова П.А. «Квантовые симметрии фундаментальных физических моделей» отвечает всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика, а её автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Научный консультант — доктор физико-математических наук
(специальность – 01.04.02-теоретическая физика)

главный научный сотрудник ФГБУ ГНЦ Институт физики высоких энергий,
НИЦ «Курчатовский институт»

Разумов Александр Витальевич

Адрес: 142281, Московская область,
город Протвино, площадь Науки, дом 1

Телефон: (915) 430-11-93. Адрес электронной почты: Alexander.Razumov@ihep.ru

10 сентября 2015 г.

Подпись Разумова А.В. заверяю,
ученый секретарь ФГБУ ГНЦ Институт физики высоких энергий,
НИЦ «Курчатовский институт»



Прокopenко Н.Н.